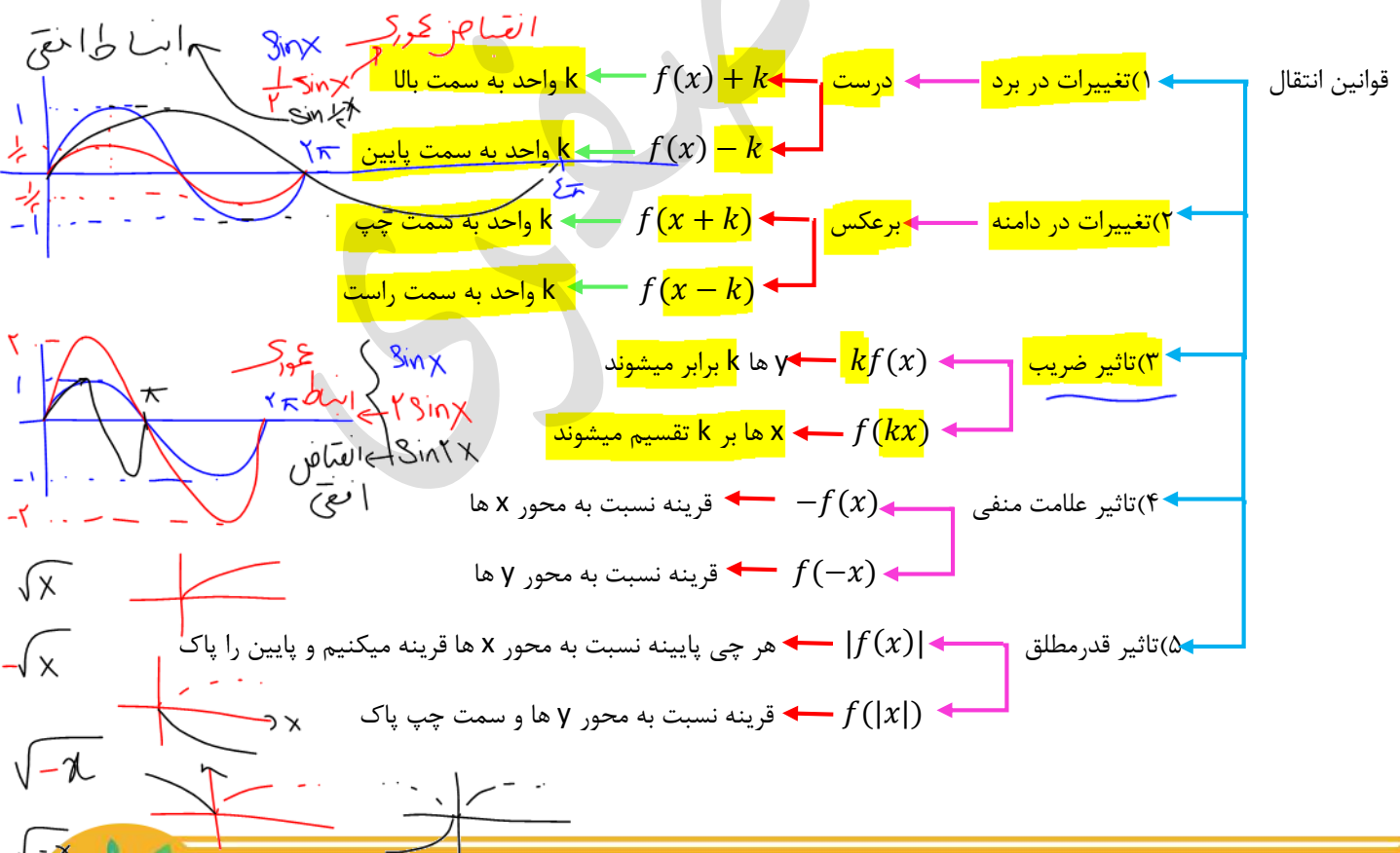
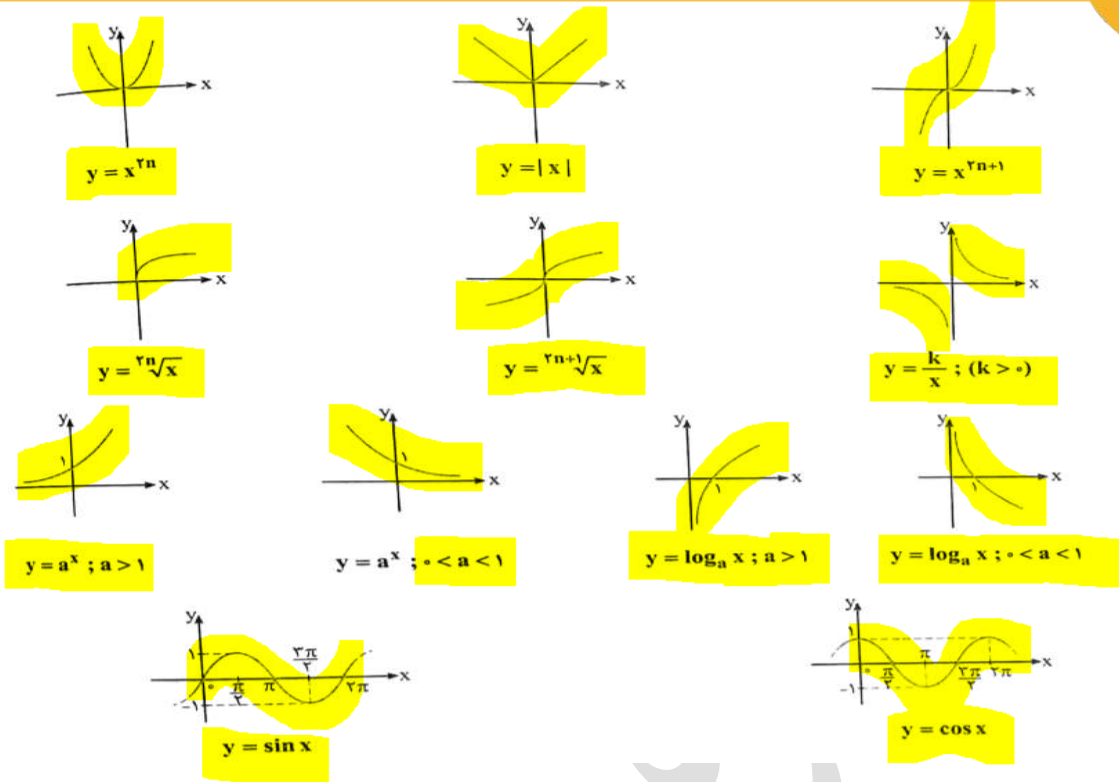
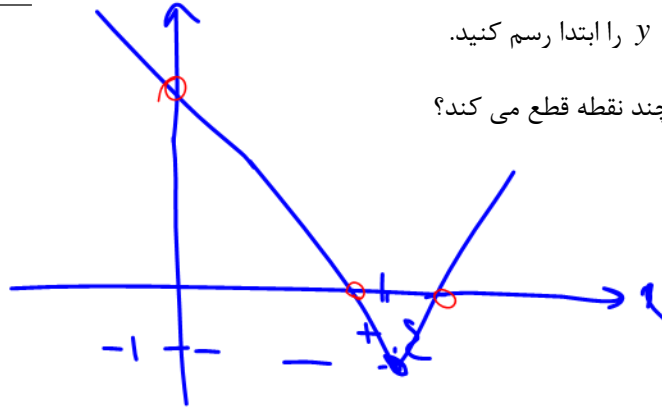


موضوع: توابع چند جمله ای، توابع یکنوا، تبدیل نمودار تابع



۱) طبق ۱ و ۲: نمودار تابع $y = |x - 4| - 1$ را ابتدا رسم کنید.

سپس تعیین کنید محورهای مختصات را در چند نقطه قطع می کند؟



۱ (۱)

۲ (۲)

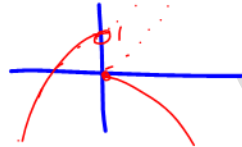
۳ (۳)

۳ (۴)

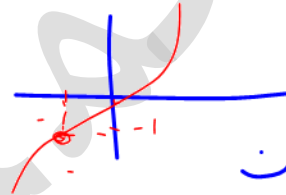
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$۱) f(x) = x^2 + 3x^2 + 3x + 1 - 1 = (x+1)^2 - 1$$

$$۲) f(x) = \begin{cases} -x^2, & x \geq 0 \\ x^2 + 1, & x < 0 \end{cases}$$



۲) طبق ۱ و ۲: نمودار توابع زیر را رسم کنید.



نصفه ی دوت
نصفه ی دوت

۳) طبق ۱ و ۲: نمودار تابع $y = |x| - 2$ را ۴ واحد به طرف X های منفی و یک واحد به طرف Y های مثبت انتقال

میدهم. نمودار جدید و نمودار اولیه با کدام طول متقاطع اند؟

$$|x| - 2 = |x + 2| - 1 \Rightarrow |x| - 2 = |x + 2| - 1$$

$$x = -2 \rightarrow -1.5 = -1.5$$

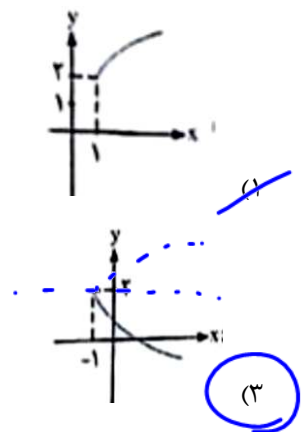
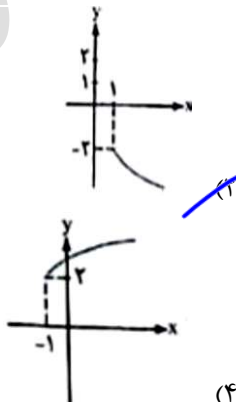
-۳.۵ (۱)

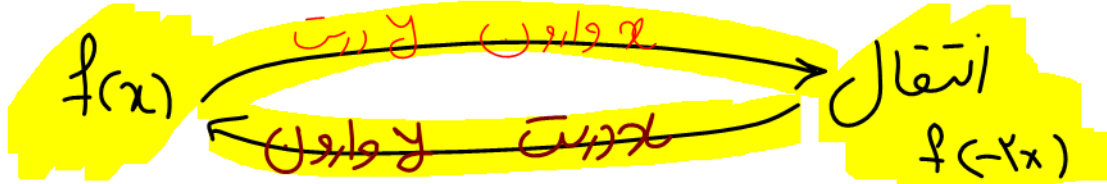
-۳ (۲)

-۲.۵ (۳)

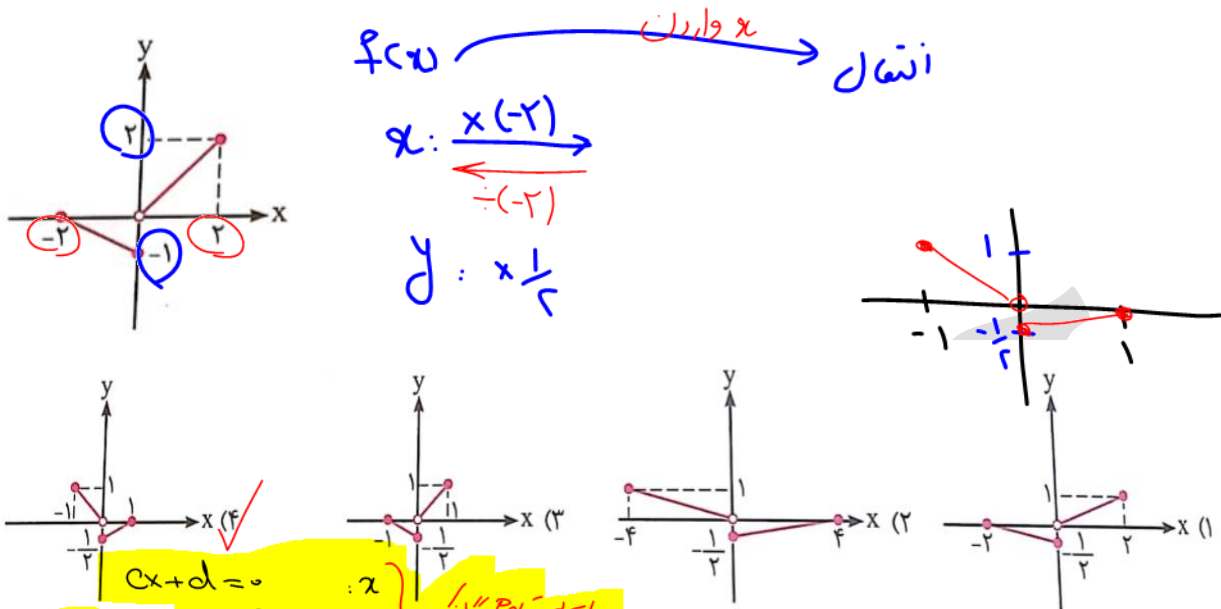
-۲ (۴)

۴) طبق ۴: نمودار تابع $f(x) = -\sqrt{x+1} + 2$ کدام است؟





۵) طبق ۳ و ۴: شکل مقابل نمودار $y = f(x)$ است. نمودار $y = \frac{1}{2}f(-2x)$ به کدام صورت است؟



طریقه صحیح به مرکز اشیاء

معادله $cx+d=0$

محوری y

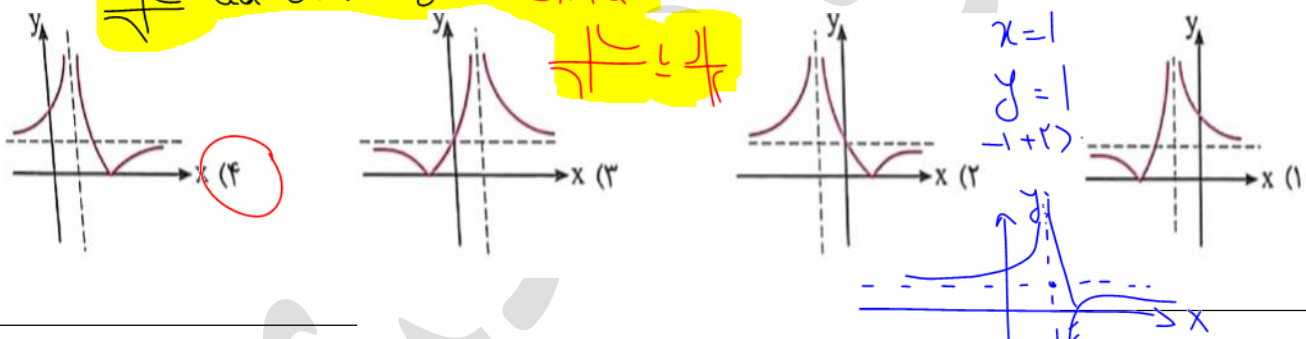
عمودی x

$ad-bc > 0$

$ad-bc < 0$

$\frac{ax+b}{cx+d}$

۶) طبق ۵: نمودار تابع $y = \left| \frac{x-2}{x-1} \right|$ به کدام صورت است؟



۷) قرینه نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را نسبت به محور y ها رسم کرده سپس ۲ واحد به طرف x های مثبت انتقال

میدهم نمودار حاصل نیمساز ناحیه اول و سوم را با کدام طول قطع میکند؟ (سراسری خارج کشور ۹۷)

۱(۳) ۰.۵(۲) ۲(۱)

$$\sqrt{-(x-2)} = x$$

نکته: تبدیلات ترکیبی نمودار ها

تیپ ۱: نقطه به نقطه — دامنه نقطه اولیه را مساوی دامنه نقطه ثانویه می گذاریم و x جدید به دست می آید و با استفاده از x جدید y جدید نیز به دست می آید.

تیپ ۲: نموداری — هر بلایی سر x , y آمده با استفاده از قوانین انتقال اجرا می کنیم.

۸) تیپ ۱: اگر نقطه $A(1, -4)$ روی نمودار $f(x)$ باشد عرض نقطه A' که نقطه متناظر با A روی نمودار

$y = 5f(2x - 7)$ می باشد، کدام است؟

-2×5

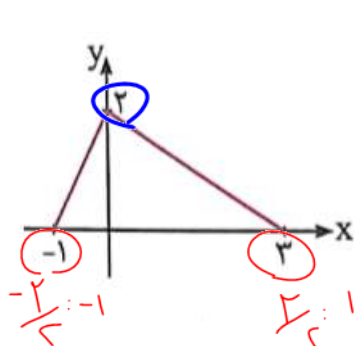
$-20(1)$

$20(2)$

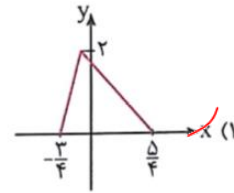
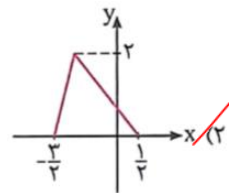
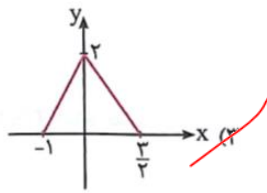
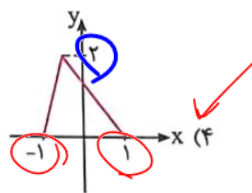
$-23(3)$

$23(4)$

۹) تیپ ۲: نمودار $y = f(x)$ به صورت مقابل است. نمودار تابع $y = f(2x + 1)$ به کدام صورت است؟



انتقال؟
 $x: \frac{x(2)}{+1} \rightarrow \leftarrow -1$
 $\leftarrow \div (2)$



۱۰) اگر دامنه ی تابع f بصورت $[-1, 3]$ باشد، دامنه ی تابع $y = 3f\left(\frac{x}{2}\right) - 1$ کدام است؟

انتقال؟
 $x: \frac{x}{2} \rightarrow \leftarrow -1$

$[-3, 9](1)$

$[-2, 6](2)$

$[-4, 8](3)$

$[-3, 5](4)$

$x: \frac{x}{2} \rightarrow \leftarrow -1$
 $\times 2$

(۱۱) اگر برد تابع $y = f(x)$ برابر $R_f = [-1, 3]$ باشد، برد تابع $y = 2f(x) - 1$ کدام است؟

$$y: x^r \rightarrow -1$$

$$[-2-1, (3 \times 2) - 1]$$

$$[-1, 3] \text{ (۱)}$$

$$[-2, 6] \text{ (۲)}$$

$$[-3, 5] \text{ (۳)}$$

$$[-1, 5] \text{ (۴)}$$

$$[-2, 5]$$

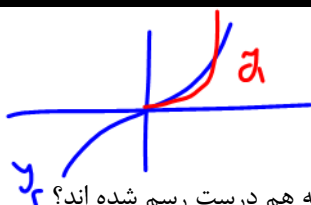
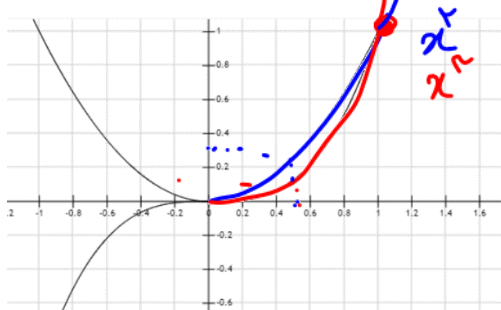
$$2f(x-2) + 2$$

$$\frac{1}{2}f(x+2) - 2$$

$$f(x)$$

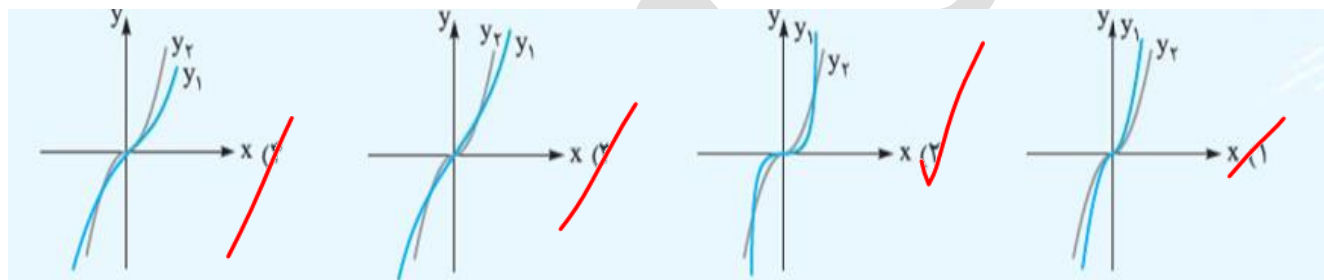
نکته: مقایسه نمودارهای توابع $y = x^2$ و $y = x^3$

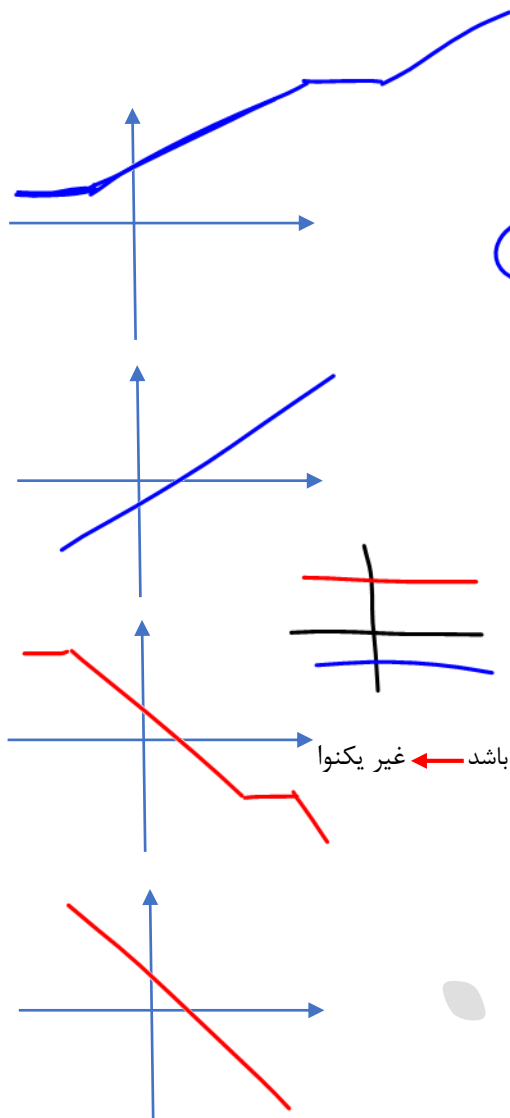
کتاب درسی توجه خاصی به نمودار این دو تابع به خصوص در فاصله $(0, 1)$ داشته است. همان طور که در سال دهم دیدید به ازای $0 < x < 1$ می باشد. (اگر یادتان باشد، هر چه توان x در این فاصله بیشتر میشد، مقدار آن کوچکتر میشد) بنابراین نمودار تابع $f(x) = x^2$ در فاصله $(0, 1)$ بالاتر از نمودار $g(x) = x^3$ قرار میگیرد. نمودار این دو تابع را در حالت کلی ببینید:



$$\begin{aligned} x > 0 &\rightarrow x^2 \\ x < 0 &\rightarrow -x^2 \end{aligned}$$

۱۲: در کدام شکل نمودار دو تابع $y_1 = x^3$ و $y_2 = x|x|$ نسبت به هم درست رسم شده اند؟



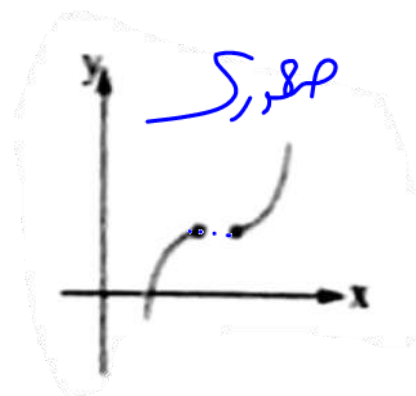
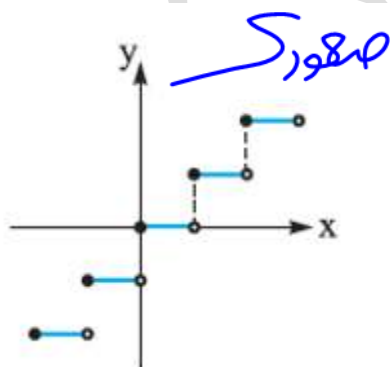


- (۱) صعودی ← زیاد یا افقی شود → یکنوا
 صعودی اکید ← زیاد شود → یکنوا اکید
- (۲) نزولی ← کم یا افقی شود → یکنوا
 نزولی اکید ← کم شود → یکنوا اکید
- (۳) خط های افقی ← هم صعودی هم نزولی یکنوا
- (۴) اگر تابعی در بخشی از دامنه صعودی و در بخش دیگر نزولی باشد → غیر یکنوا
- (۵) حرف آخر

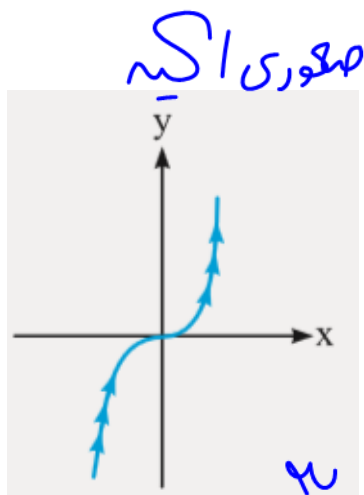
تابع صعودی و نزولی:

در توابع صعودی (صعودی اکید) جهت تغییرات x و y یکسان
 و در توابع نزولی (نزولی اکید) غیر یکسان است.

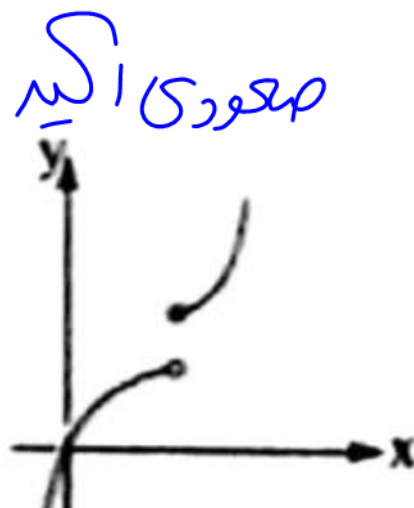
۱۲) صعودی، اکیدا صعودی، نزولی و اکیدا نزولی تابع های زیر را بررسی کنید.



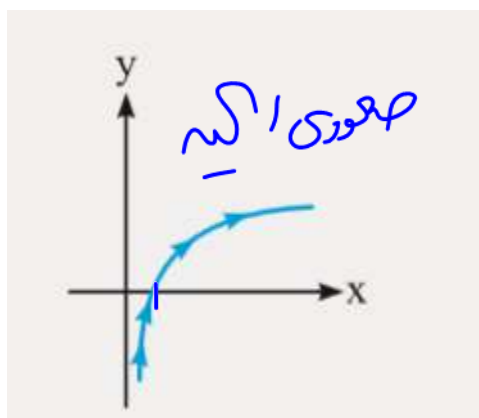
۱



x

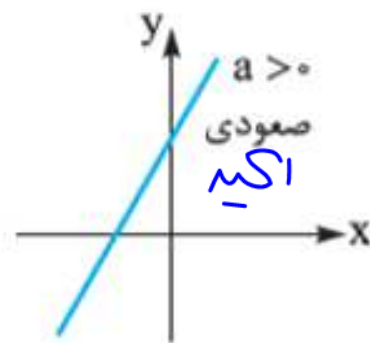


۲

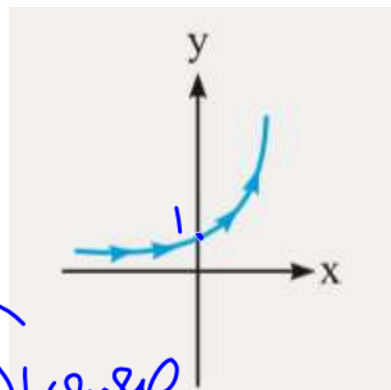


$\log x$ $a > 1$

a^x $a > 1$



$ax + b$

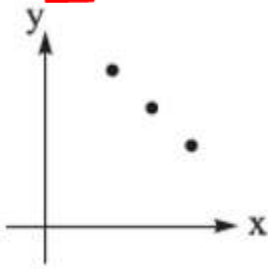




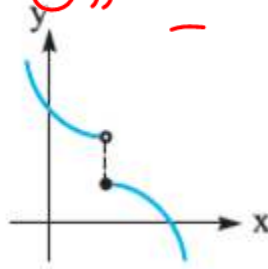
نزولی

۳

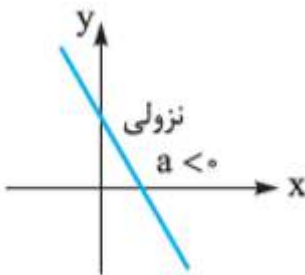
نزولی الکی



الکی نزولی



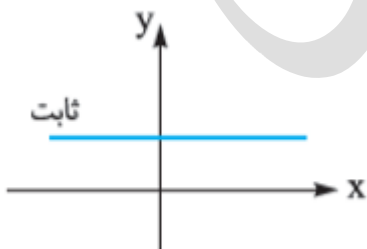
۴



$$ax + b$$

الکی نزولگر

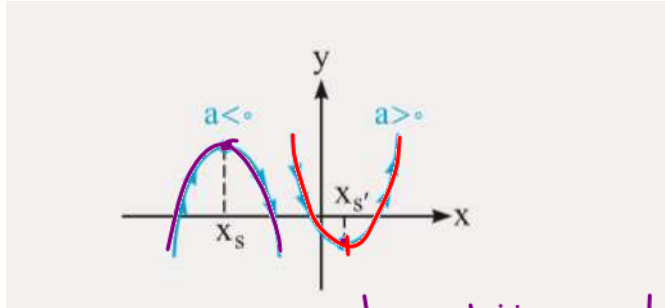
۵



همه صعودی و هم نزولگر
یکنوا hardo



کلیت فوکی - نه صعودی نه نزولی

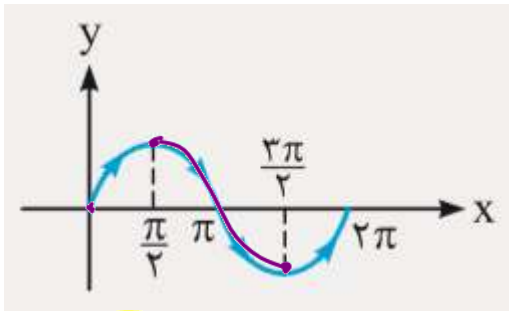


صعودی اکیه $(-\infty, -\frac{b}{2a}]$

نزولی اکیه $[-\frac{b}{2a}, +\infty)$

نزول اکیه $(-\infty, -\frac{b}{2a}]$

صعودی اکیه $[-\frac{b}{2a}, +\infty)$



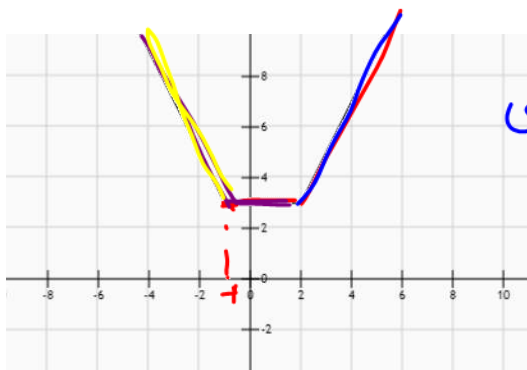
نه صعودی نه نزولی غیر یکنوا

صعودی اکیه $[0, \frac{\pi}{2}]$

نزول اکیه $[\frac{\pi}{2}, \pi]$

صعودی اکیه $[\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$

۱۳) با توجه به شکل داده مقابل، بزرگ ترین بازه هایی که تابع در آنها صعودی، اکیدا صعودی، نزولی یا اکیدا نزولی است را مشخص کنید.



صعودی $[-1, +\infty)$

اکیدا صعودی $[2, +\infty)$

نزول $(-\infty, 2]$

نزول $(-\infty, -1]$

نکته: تعیین صعودی یا نزولی بودن از روی زوج مرتب ها:

طبق تعریف اگر به ازای افزایش مقادیر x (مولفه اول) مقادیر y (مولفه دوم) مرتبا زیاد شوند، تابع اکیدا صعودی است. و اگر کاهش نیابند صعودی است. به همین ترتیب نزولی و اکیدا نزولی تعریف می شوند: مثلا:

$f = \{(1, 4), (2, 5), (3, 5)\}$ ————— صعودی

$f = \{(1, 2), (2, 1), (3, 0)\}$ ————— نزولی اکیه

$f = \{(1, 2), (2, 3), (3, 1)\}$ ————— غیر یکنوا نه صعودی نه نزولی

۱۴) اگر $f = \{(1, a-1), (-1, 2+3a), (2, 2a+2)\}$ تابعی اکیدا صعودی باشد مقادیر a در کدام بازه است؟

$\{(1, a-1), (-1, 2+3a), (2, 2a+2)\}$ (۱) $(-2, 1)$
 $(-\frac{2}{3}, 1)$ (۲)
 $(-3, -1.5)$ (۳)
 $(-\frac{2}{3}, 2)$ (۴)

$2+3a < a-1 < 2a+2$
 $2a < -2$
 $a < -1$
 $-2 < a$

۱۵) تابع با ضابطه $f(x) = x^2 - 2x - 3$ با دامنه $\{x: |x-1| < 2\}$ همواره چگونه است؟ سراسری ریاضی ۹۱

$|u| < k$
 $-k < u < k$

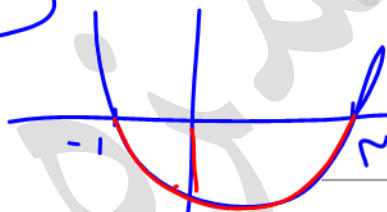
$-2 < x-1 < 2$
 $-1 < x < 3$

$(x-2)(x+1)$ نزولی (۱)

مثبت (۲)

صعودی (۳)

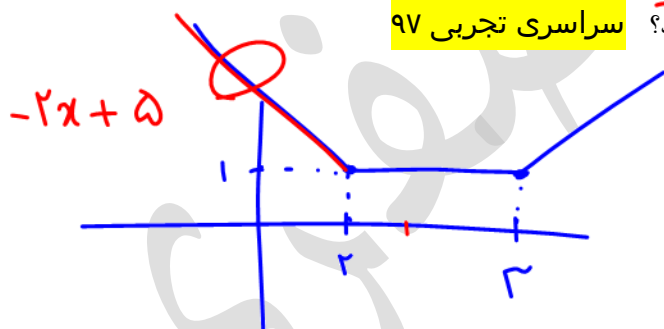
منفی (۴)



۱۶) در بازه ای که تابع با ضابطه $f(x) = |x-2| + |x-3|$ اکیدا نزولی است، نمودار آن با نمودار

سراسری تجربی ۹۷

$g(x) = 2x^2 - x - 10$ در چند نقطه مشترک هستند؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

فاقد نقطه مشترک (۴)

$-2x+5 = 2x^2 - x - 10$

$= 2x^2 + x - 15$

$x^2 + x - 15 = 0 \rightarrow (x+5)(x-3) = 0$

$x = \frac{5}{2}$

$x = -\frac{3}{2}$

ص +
ن -

(۱) یکنوایی ترکیب توابع ← ترکیب = ضرب

مثال: اگر f نزولی و g صعودی باشد یکنوایی تابع $g \circ f$ چگونه است؟

$$g(f(x))$$

$$g \times f$$

$$(+) (-) = -$$

ص +
ن -

نزول

(۲) عملیات جمع

اگر f و g هر دو صعودی

اگر f و g هر دو نزولی

اگر f اکیدا صعودی و g صعودی

اگر f اکیدا نزولی و g نزولی

اگر f اکیدا صعودی و g اکیدا صعودی

اگر f اکیدا نزولی و g اکیدا نزولی

اعمال جبری و تاثیر

آن روی یکنوایی

(۳) عملیات تفریق

اگر f صعودی و g نزولی

(۴) علامت منفی

اکیدا صعودی

(۵) معکوس کردن

اکیدا صعودی

$$-2x+1 \quad 2x+1$$

(۱۷) اگر f و g صعودی و h نزولی باشد، یکنوایی $y = f(-g(h(f(x))))$ چگونه است؟

$$(+)(-)(+)(-)(+) = +$$

صعودی



۱۸) چند تا از عبارت زیر درست است؟

$$-x+8$$

الف) اگر f صعودی و g نزولی باشد، $f+g$ یک تابع ثابت است.

ب) اگر f صعودی اکید و g صعودی باشد، $f+g$ صعودی ~~اکید~~ است.

پ) اگر f صعودی اکید و g نزولی باشد، $f-g$ صعودی ~~اکید~~ است.

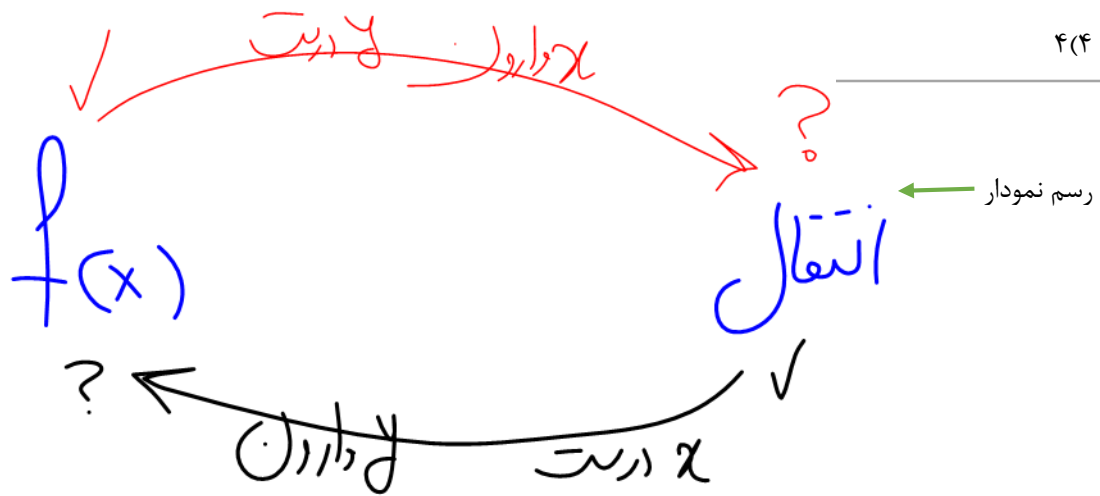
ت) اگر f تابعی صعودی اکید و g تابعی ثابت باشد، $f \times g$ اکیدا صعودی است.

۱(۱) $2x$ -1 $-2x$ $(+)$

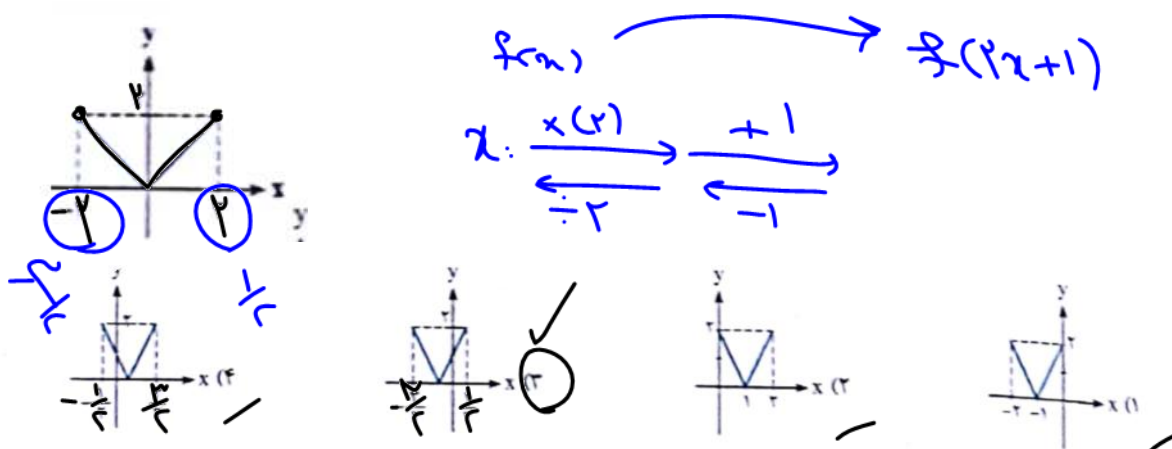
۲(۲)

۳(۳)

۴(۴)

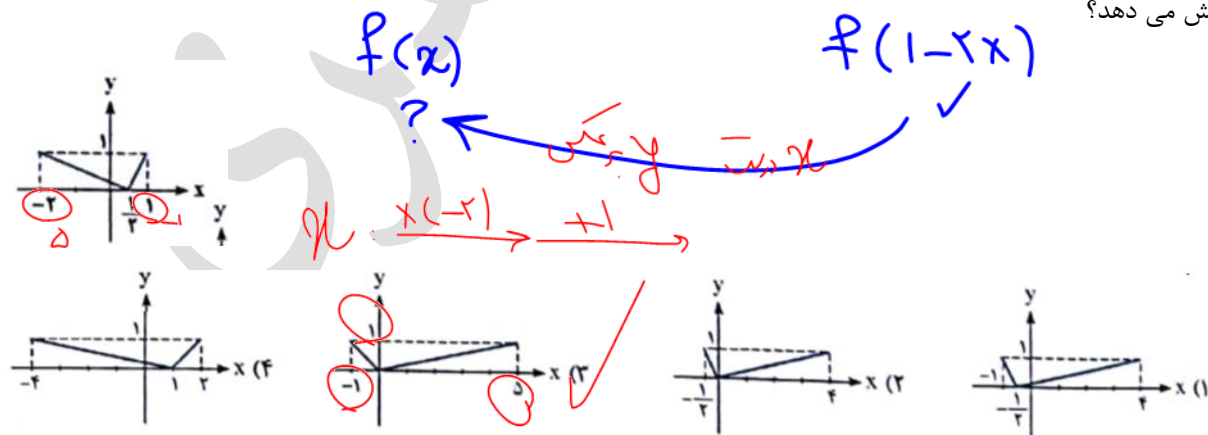


۱۹) طبق ۱: نمودار تابع $y = f(x)$ مفروض است. کدام گزینه نمودار تابع $y = f(2x + 1)$ را نشان می دهد؟



۲۰) طبق ۲: در شکل مقابل نمودار تابع $y = f(1 - 2x)$ رسم شده است. کدام گزینه نمودار تابع $y = f(x)$ را به درستی

نمایش می دهد؟



۲۱) با انجام کدام عملیات زیر به ترتیب گفته شده نمی توان از نمودار $y = |x|$ به نمودار $y = |1 - 2x|$ رسید؟

- (۱) قرینه نسبت به محور y ها $\leftarrow$ انتقال یک واحدی به راست $\leftarrow$ انقباض طولی با ضریب $\frac{1}{2}$
- (۲) قرینه نسبت به محور y ها $\leftarrow$ انقباض طولی با ضریب $\frac{1}{2}$ $\leftarrow$ انتقال $\frac{1}{2}$ واحدی به راست
- (۳) انتقال یک واحدی به چپ $\leftarrow$ قرینه نسبت به محور y ها $\leftarrow$ انقباض طولی با ضریب $\frac{1}{2}$
- (۴) قرینه نسبت به محور y ها $\leftarrow$ انقباض طولی با ضریب $\frac{1}{2}$ $\leftarrow$ انتقال یک واحدی به چپ

حمزه صفری

