

اصل ضرب

اصل جمع

حالت های سکه و تاس / فرزندان

سکه : ۲ حالت

تاس: ۶ حالت

فرزند: ۲ حالت

مثلا:

تعداد حالات پرتاب ۵ سکه :

تعداد حالات ۵ بار پرتاب سکه:

تعداد حالات پرتاب ۲ تاس :

تعداد حالات پرتاب ۳ تاس و ۲ سکه :

تعداد حالات فرزندان خانواده ۳ فرزندی :

.....

تعداد حالات پرتاب ۲ تاس طوریکه یکی از آنها

زوج باشد:

۳) چهار سکه و یک تاس را پرتاب میکنیم

چند حالت برای بر زمین نشستن آنها

وجود دارد که عدد تاس مضرب ۴ باشد؟

۳۲(۱) ۶۴(۲) ۳۳(۳) ۶۵(۴)

اگر عملی طی دو مرحله اول و دوم انجام پذیرد، بطوریکه مرحله اول به m طریق و در مرحله دوم هر کدام از این m طریق به n روش انجام پذیر باشد: $m \times n$

* دو عمل متوالی که کامل کننده هم هستند. (یعنی باعث نفی دیگری نشود و بتوانند توأم با هم انجام شوند)

* معادل کلمه و

* برای چندین عمل قابل تعمیم است.

مثلا تعداد راه های رفت و برگشت ، پوشیدن شلوار و پیراهن

۲) یک کارخانه خودرو سازی خودروهایی در ۷ رنگ ، با دو حجم موتور و ۳ نوع مختلف جلو داشبرد تولید میکند. یک خریدار برای خرید یک خودرو از این کارخانه چند انتخاب دارد؟ (کتب درسی)

۴۱(۱) ۴۳(۲) ۴۲(۳) ۴۴(۴)

اگر بتوان عملی به m طریق و عمل دیگری را به n طریق انجام داد و نتوان این دو عمل را با هم انجام داد : $m + n$

* دو عمل موازی ، نفی کننده یکدیگر (یعنی دو عمل که انجام یکی باعث لغو دیگری می شود و با هم نتوانند انجام شوند)

* معادله کلمه یا

* برای چندین عمل نیز قابل تعمیم است.

مثلا مسافرت با ماشین یا قطار بین دو شهر مختلف

۱) میخواهیم از بین ۱۰ دانش آموز کلاس دهم و ۱۱ دانش آموز کلاس یازدهم و ۱۲ دانش آموز کلاس دوازدهم یک دانش آموز انتخاب کنیم. به چند طریق میتوانیم این دانش آموز را انتخاب کنیم؟ (کتب درسی)

۲۲(۱) ۱۲۰(۲) ۳۳(۳) ۱۱۰(۴)

*تعداد اعداد n رقمی: n جای خالی:

- ← خانه ها معمولا از سمت چپ به راست پر می شوند
- ← تکرار ارقام مجاز نباشد در هر مرحله یک واحد کم میکنیم
- ← رقم سمت چپ هیچ عددی صفر نیست در محاسبه کدها، کدها می توانند با صفر شروع شوند
- ← اگر مسئله ای محدودیتی برای یک خانه قائل شد، اول آن را پر میکنیم.
- ← بدون تکرار تعداد اعدادی که هیچ دو رقم شبیه هم نیست
با ارقام عدد یک عدد می نویسیم
- ← با کنار هم قرار گرفتن ارقام
تعداد جایگشت های موجود با ارقام

۶) با ارقام ۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ چند عدد ۴ رقمی زوج بدون تکرار می توان نوشت؟

۴۵(۱) ۴۱(۲) ۴۷(۳) ۴۶(۴)

۵) با ارقام ۱ و ۲ و ۴ و ۶ و ۷ چند عدد ۴ رقمی بدون تکرار ارقام میتوان نوشت؟

۱۲۰(۱) ۱۲۱(۲) ۱۲۲(۳) ۱۲۳(۴)

۷) با استفاده از ارقام ۰ و ۲ و ۵ و ۶ و ۸ چند عدد چهار رقمی فرد میتوان ساخت؟

۱۱(۱) ۱۱(۱) ۷۱(۳) ۱۷(۴)

تعداد مسیر های بین دو نقطه

* مسیره های رفت و برگشتی :

- ← بدون شرط : تعداد حالات در هم ضرب می شوند.
- ← از مسیر رفته ، برنگردیم: تعداد راه های برگشت یکی کمتر از تعداد راه های رفت (از یک مسیر مشخص برنگردیم)
- ← از هیچ راهی دوبار عبور نکنیم: برای مسیر برگشت، از تعداد مسیره های موجود بین هر دو شهر متوالی، یک واحد کم می کنیم.

مثلا: تعداد مسیره های از A به C ؟.....

به چند طریق می توانیم از A به C رفت و برگشت؟.....

از مسیر رفته برنگردیم؟.....

از هیچ جاده ای دوبار عبور نکنیم؟.....

۴) با توجه به شکل به چند راه مختلف می توان از نقطه A به نقطه C رسید؟

۱۶(۱) ۱۱(۱) ۱۱(۳) ۱۴(۴)

تعداد اعداد n رقمی: بزرگتر یا کوچکتر از عددی :

* معمولا روی خانه سمت چپ محدودیت ایجاد می شود.

(۱۰) با ارقام $A = \{1, 2, 4, 6, 8, 9\}$ چند عدد ۵ رقمی و بزرگتر از ۸۰۰۰۰ میتوان ساخت؟

۲۵۶۲ (۱) ۲۵۹۲ (۲) ۲۵۲۹ (۳) ۲۹۵۲ (۴)

(۱۱) با ارقام $A = \{0, 1, 2, 4, 5\}$ چند عدد سه رقمی بزرگتر از ۲۰۲ میتوان ساخت؟

۷۳ (۱) ۷۱ (۲) ۷۴ (۳) ۷۲ (۴)

(۱۲) با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ (بدون تکرار)

الف) چند عدد ۵ رقمی بزرگتر از ۳۰۰۰۰ می توان ساخت؟

ب) چند عدد ۵ رقمی بزرگتر از ۲۴۰۰۰ می توان ساخت؟

تعداد اعداد n رقمی : تعداد اعداد زوج یا مضرب ۵ بدون تکرار ارقام با وجود صفر

۱ * محاسبه تعداد اعدادی که رقم سمت راست آن صفر است.

۲ * محاسبه تعداد اعدادی که رقم سمت راست آن صفر نیست

(۸) با کنار هم قرار گرفتن ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ چند عدد چهار رقمی زوج میتوان ساخت؟

۵۲ (۱) ۵۸ (۲) ۱۵۶ (۳) ۱۵۷ (۴)

(۹) با ارقام ۰، ۱، ۳، ۵، ۷، ۹ چند عدد سه رقمی مضرب ۵ بدون تکرار ارقام میتوان ساخت؟

۸ (۱) ۲۱ (۲) ۲۶ (۳) ۲۴ (۴)

تستهای چند گزینه ای:

تیپ اول: (۱) حتما به یک تست پاسخ دهیم

(۲) اگر مجاز باشیم به یک تست پاسخ ندهیم.

تیپ دوم: مسئله انتخابات

(۱۳) فردی در یک آزمون چهارگزینه ای ۳ سئوالی شرکت می کند. به چند طریق می تواند به سئوال ها جواب دهد، بطوریکه:

(الف) اگر ملزم به پاسخگویی به همه سئوال ها باشد؟

(ب) اگر مجاز باشیم به سئوال ها پاسخ ندهیم؟

(ج) بطوریکه مجاز باشیم به سئوال آخر پاسخ ندهیم؟

(۱۴) چهار نفر برای ریاست اداره ای نامزد شده اند. ۶ نفر از کارمندان به چند طریق می توانند به آنها رای دهند به طوریکه هر نفر حداکثر به یک نفر رای دهد؟

رمزنگاری: (۱) در خانه ها هیچ محدودیتی نداریم (از صفر هم میتوانیم استفاده کنیم)

(۲) حروف الفبای فارسی: ۳۲

(۳) حروف انگلیسی: ۲۶

(۴) اگر برای امتحان کردن هر رمز، زمان هم داده شده بود، پس از محاسبه تعداد حالتها، جواب را در زمان تعیین شده برای هر رمز ضرب می کنیم.

(۱۵) رمز گاوصندوق یک شرکت از سه کاراکتر تشکیل شده است که کاراکتر اول حروف انگلیسی و هر یک از کاراکتر های دیگر حروف فارسی است. اگر برای امتحان کردن هر رمز ۱ ثانیه زمان صرف شود، پس از چند ثانیه می توانیم برای گاوصندوق رمزهای متنوعی بسازیم؟

مسائل قرارگیری:

اشیاء قرار گیرند: حق انتخاب دارد

جایگاهها: حق انتخاب ندارد

(۱۶) ۴ مسافر به چند طریق می توانند در ۶ ایستگاه پیاده شوند؟

مسائل رنگ آمیزی

(۱۷) به چند طریق می توان با استفاده از چهار رنگ صورتی، آبی، قرمز و زرد خانه های جدول زیر را رنگ کرد به طوری که هیچ دو خانه ی مجاور هم رنگ نباشد؟

$$\frac{n!}{(n-3)!}$$

(۲۳)

(۱۹) در چند عدد سه رقمی حداقل دو رقم مثل هم وجود دارند؟

فاکتوریل (۱) $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$

(۲) $0! = 1$ و $1! = 1$

(۳) $\frac{6!}{5!} = \frac{8!}{4!} = \frac{n!}{(n-1)!} =$

اصل متمم (۱) شامل: فاقد - کل

(۲) حداقل (لااقل یا دست کم):

(۳) حداکثر:

(۴) فعل های منفی:

$$\frac{9! + 8!}{6!}$$

(۲۴)

۲۰- اگر $\frac{n!}{(n-2)b} = 72$ باشد، حاصل $((\frac{n-5}{2}!)!)$ چقدر است؟

(۲۱) $\frac{(n+1)!}{n!}$

(۱۸) تعداد اعداد سه رقمی شامل رقم ۲ کدام است؟

(۲۲) $\frac{(n+1)!}{(n-1)!}$

تکنیک میخ ← بعضی از اشیا در مکان مشخصی قرار گیرند.

(۲۶) با حروف کلمه *market* چند جایگشت ۵ حرفی می توان ساخت که با حرف *e* آغاز و به *m* ختم شود؟

(۲۸) با حروف کلمه « گل پیرا » بدون تکرار حروف چند کلمه ۶ حرفی می توان ساخت که در آن دو حرف *p* و *r* کنار هم نیامده باشند؟

- (۱) ۳۶۰
(۲) ۲۴۰
(۳) ۷۲۰
(۴) ۴۸۰

تکنیک طناب

اشیا کنار هم باشند.
اشیا کنار هم نباشند: کنار هم باشند - کل

(۲۷) سه کتاب ریاضی و ۲ کتاب اقتصاد که با هم متفاوتند را به چند طریق می توان در یک قفسه در کنار هم قرار داد، به طوریکه کتاب های هم موضوع کنار هم باشند؟

- (۱) ۱۲
(۲) ۲۴
(۳) ۱۲۰
(۴) ۶۰

جایگشت
جایگشت های n شی متمایز
جایگشت های r شی از n شی

جایگشت
(۱) به هر حالت چیدن چند شی متمایز کنار هم گویند.
(۲) محاسبه تعداد جایگشت های n شی متمایز :
 $n!$
(۳) تکرار غیرمجاز

(۲۵) سه همکلاسی به نام های صدیقه و راضیه و مرضیه به چند طریق می توانند: الف) در یک صف بایستند؟

ب) روی یک نیمکت در یک ردیف بنشینند؟

جایگشت r شی از n شی ($n < r$) ← برای حل این تیپ مسائل بهتر است از اصل ضرب استفاده کنیم: (ترتیب مهمه)

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

(۳۱) سه نوع کتاب علمی و چهار نوع کتاب ادبی را به چند طریق می توان در یک ردیف کنار هم قرار داد بطوریکه کتاب های

علمی و کتاب های ادبی یک در میان قرار گیرند؟

۱۴۴ (۱) ۱۲۰ (۲) ۹۶ (۳) ۷۲ (۴)

(۳۳) میخواهیم از بین ۹ کتاب متمایز علمی، ۳ تا را در یک ردیف در قفسه بچینیم. تعداد حالت های ممکن کدام است؟

۵۰۴ (۱) ۱۰۰۸ (۲) ۲۵۲ (۳) ۲۷۲ (۴)

قرار گیری n شی در k خانه بطوریکه تعداد خانه ها بیشتر از اشیا باشد ($k < n$)

(۳۴) حاصل $\frac{P(n,r)}{p(n+1,r+1)}$ کدام است؟

$\frac{1}{n+1}$ (۱) $\frac{r}{n}$ (۲) $\frac{1}{(n+1)}$ (۳) $\frac{r+1}{n+1}$ (۴)

(۳۲) سه نفر به نام های محمد و مهدی و علی به چند طریق می توانند روی ۶ صندلی بنشینند بطوریکه هیچ صندلی بین آنها خالی نباشد؟

۹۶ (۱) ۲۴ (۲) ۴۸ (۳) ۷۲ (۴)

جایگشت های شبیه هم ← اگر بخواهیم جایگشت n حرف را پیدا کنیم که n_1 تای آنها شبیه هم و n_2 تای آنها نیز شبیه هم

و.....باشند ← $\frac{n!}{n_1!n_2!.....n_k!}$

(۲۹) جایگشت های کلمه *system* ؟

جایگشت های یک در میان

تیپ ۱ : تعداد اشیا دو گروه نابرابر (با یک واحد اختلاف):

تیپ ۲ : تعداد اشیا دو گروه برابر:

(۳۰) جایگشت های زیر را حساب کنید.

ترکیب حداقل و حداکثر

(۳۷) در جعبه ای ۴ توپ زرد و ۳ سبز و ۱ قرمز و ۱ آبی وجود دارد. می خواهیم ۳ توپ را انتخاب کنیم بطوریکه:
الف) حداقل دو زرد داشته باشیم.

ب) حداکثر دو زرد داشته باشیم.

(۳۸) در یک کیسه ۳ مهره آبی ۴ مهره قرمز و ۳ مهره سیاه قرار دارد. به چند طریق می توان ۳ مهره انتخاب کرد بطوریکه حداقل دو مهره سیاه باشد؟

(۱) ۲۰ (۲) ۲۱ (۳) ۲۲ (۴) ۲۴

انتخابی شامل یا فاقد r شیء e ← یک مجموعه n عضوی چند زیر مجموعه دارد که تعداد عضوهای آن k عضو باشد

۳۹) می خواهیم از مجموعه $A = \{a, b, c, d, e\}$ سه عضو را انتخاب کنیم بطوریکه:
الف) c حتما انتخاب شده باشد.

ب) e انتخاب نشده باشد.

پ) شامل a و فاقد b باشد.

۴۰- از بین ۱۲ عضو انجمن خانه و مدرسه، به چند طریقی می توان ۳ نفر را طوری انتخاب کرد که همواره یک فرد موردنظر بین

آن سه نفر باشد؟

(۱) ۴۵ (۲) ۵۵ (۳) ۶۶ (۴) ۷۲

ترکیب
انتخاب r از n
ترکیب r تایی از n
ترتیب مهم نیست!
انتخاب



$$C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

(۳۵) اگر بخواهیم از بین ۴ نفر به نامهای A, B, C, D سه نفر را انتخاب کنیم بطوریکه ترتیب افراد انتخاب شونده اهمیت نداشته باشد، به چند طریق ممکن است؟

(۳۶) در لیگ فوتبال ایران ۱۵ تیم حضور دارند و در هر روز ۲ تیم با هم مسابقه می دهند. اگر هر دو تیم فقط یک بار با هم مسابقه دهند، تعداد کل مسابقات چندتا خواهد بود؟

اول انتخاب بعد جابجایی

(۴۳) می خواهیم از میان ۳ کتاب ریاضی متمایز، ۵ کتاب فیزیک متمایز، ۲ کتاب ریاضی و ۳ کتاب فیزیک انتخاب کنیم و در یک قفسه بچینیم. به چند حالت ممکن است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۷۲۰۰ (۳) ۳۶۰۰ (۴) ۱۳

پیدا کردن تعداد مثلث ها و چندضلعی ها

اگر نقاط روی یک خط راست بود از متمم برو!

(۴۴) تعداد مثلث ها را در شکل زیر پیدا کنید:

انتخاب به سبک لنگه کفش ← اگر قرار باشد از بین n گروه هم جمعیت، یک کمیته k نفری انتخاب کنیم که افراد انتخاب شده دو به دو غیر هم گروهی باشند، ابتدا از بین n گروه، k گروه انتخاب کرده سپس از هر گروه یک نفر را انتخاب می کنیم.

(۴۱) ۵ جفت جوراب داریم. ۳ لنگه به تصادف از بین آنها خارج می کنیم. تعداد حالتی که هیچ جفتی در بین آنها دیده نشود، کدام است؟

- (۱) ۲۷۰ (۲) ۳۶۰ (۳) ۸۰ (۴) ۲۴۰

(۴۲) از هر یک از شهرهای A, B, C, D, E ، ۱۵ نفر به یک اردوگاه علمی دعوت شده اند. به چند طریق می توان ۳ نفر از آنها را انتخاب کرد مشروط به اینکه دو به دو غیر هم شهری باشند؟

- (۱) $۱۰^۳ \times ۵$ (۲) $۱۰^۴$ (۳) ۲×۱۰^۴ (۴) ۸×۱۰^۳

۴۵) تعداد چهار ضلعی ها را در شکل زیر پیدا کنید:

۴۶) اگر ترکیب $\left(\frac{a+b}{a}\right) = m$ باشد، ترکیب $\left(\frac{a+b}{b}\right)$ کدام است؟

۱) m ۲) bm ۳) am ۴) am+bm

۴۷) یک مجموعه ۸ عضوی چند زیر مجموعه ۴ عضو دارد؟

۱) ۸۴ ۲) ۷۰ ۳) ۵۶ ۴) ۴۲

۴۸) یک مجموعه n عضوی ۵۵ زیر مجموعه (n-۲) عضوی دارد، n

کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۱۰ ۴) ۱۱

قوانین ترکیب اگر $\frac{n}{r} < r$ $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$

$\binom{n}{r_1} = \binom{n}{r_2} \rightarrow r_1 = r_2$ یا $r_1 + r_2 = n$