

جزوه شمارش بدون شمرن

اصل جمع

اگر بتوان عملی به m طریق و عمل دیگری را به n طریق انجام داد و نتوان این دو عمل را با هم انجام داد: $m + n$

* **دو عمل موازی**، نفی کننده یکدیگر (یعنی دو عمل که انجام یکی باعث لغو دیگری می شود و با هم نتوانند انجام شوند)

* معادله کلمه یا

* برای چندین عمل نیز قابل تعمیم است.

مثلا مسافرت با ماشین یا قطار بین دو شهر مختلف

شماره تان

(۱) میخواهیم از بین ۱۰ دانش آموز کلاس دهم و ۱۱ دانش آموز کلاس یازدهم و ۱۲ دانش آموز کلاس دوازدهم یک دانش آموز انتخاب کنیم. به چند طریق میتوانیم این دانش آموز را انتخاب کنیم؟ (کتب درسی)

۲۲(۱) ۱۲۰(۲) ۳۳(۳) ۱۱۰(۴)



$$10 + 11 + 12$$

* تان به چند نفر با شستن بافتار می توانی
چند طریق لغ؟



مهندس حمزه صفری

اصل ضرب

اگر عملی طی دو مرحله اول و دوم انجام پذیرد، بطوریکه مرحله اول به m طریق و در مرحله دوم هر کدام از این m طریق به n روش انجام پذیر باشد: $m \times n$

* دو عمل متوالی که کامل کننده هم هستند. (یعنی باعث نفی دیگری نشود و بتوانند توأم با هم انجام شوند)

* معادل کلمه و

* برای چندین عمل قابل تعمیم است.

مثلا تعداد راه های رفت و برگشت، پوشیدن شلوار و پیراهن

(۲) یک کارخانه خودرو سازی خودروهایی در ۷ رنگ، با دو حجم موتور و ۳ نوع مختلف جلو داشبرد تولید میکند. یک خریدار برای خرید یک خودرو از این کارخانه چند انتخاب دارد؟ (کتب درسی)

۴۱(۱) ۴۳(۲) ۴۲(۳) ۴۴(۴)

* با سر زدن ۲ نوع شلوار، ۵ نوع پیراهن به چند طریق می توانی لباس انتخاب کنی؟

$$2 \times 5 = 10$$

۲ × ۵ = ۱۰

حالت های سکه و تاس / فرزندان

سکه: ۲ حالت

تاس: ۶ حالت

فرزند: ۲ حالت

مثلا: سرتاب ۲ بار سکه

تعداد حالات پرتاب ۵ سکه

تعداد حالات ۵ بار پرتاب سکه

تعداد حالات پرتاب ۲ تاس

تعداد حالات پرتاب ۳ تاس و ۲ سکه

تعداد حالات فرزندان خانواده ۳ فرزندی

تعداد حالات پرتاب ۲ تاس طوری که یکی از آنها زوج باشد

تعداد حالات پرتاب ۲ تاس طوری که یکی از آنها زوج باشد

تعداد حالات پرتاب ۲ تاس طوری که یکی از آنها زوج باشد

تعداد حالات پرتاب ۲ تاس طوری که یکی از آنها زوج باشد

تعداد حالات پرتاب ۲ تاس طوری که یکی از آنها زوج باشد

تعداد حالات پرتاب ۲ تاس طوری که یکی از آنها زوج باشد

تعداد حالات پرتاب ۲ تاس طوری که یکی از آنها زوج باشد

تعداد حالات پرتاب ۲ تاس طوری که یکی از آنها زوج باشد

تعداد حالات پرتاب ۲ تاس طوری که یکی از آنها زوج باشد

تعداد حالات پرتاب ۲ تاس طوری که یکی از آنها زوج باشد

تعداد حالات پرتاب ۲ تاس طوری که یکی از آنها زوج باشد

تعداد حالات پرتاب ۲ تاس طوری که یکی از آنها زوج باشد

* تعداد اعداد n رقمی: n جای خالی:

خانه ها معمولا از سمت چپ به راست پر می شوند

تکرار ارقام مجاز نباشد در هر مرحله یک واحد کم می کنیم

رقم سمت چپ هیچ عددی صفر نیست در محاسبه کدها، کدها می توانند با صفر شروع شوند

اگر مسئله ای محدودیتی برای یک خانه قائل شد، اول آن را پر می کنیم.

بدون تکرار
تعداد اعدادی که هیچ دو رقم شبیه هم نیست

با ارقام عدد یک عدد می نویسیم

با کنار هم قرار گرفتن ارقام

تعداد جایگشت های موجود با ارقام



۶ با ارقام ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ چند عدد ۴ رقمی زوج بدون تکرار می توان نوشت؟



۵ با ارقام ۱ و ۲ و ۴ و ۶ و ۷ چند عدد ۴ رقمی بدون تکرار ارقام میتوان نوشت؟



۷ با استفاده از ارقام ۰، ۲، ۵، ۶ و ۸ چند عدد چهار رقمی فرد میتوان ساخت؟ (بدون تکرار)



۱۸(۱) ۱۱(۱) ۷۱(۳) ۱۷(۴)

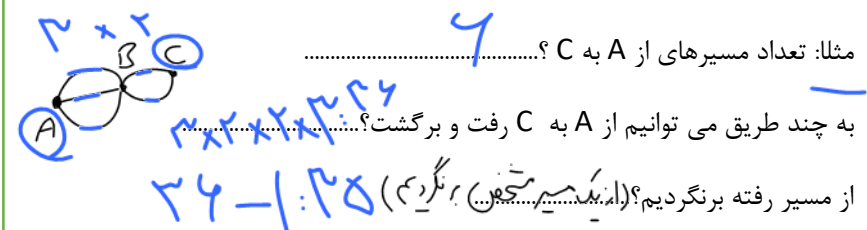


تعداد مسیر های بین دو نقطه
* مسیرهای رفت و برگشتی:
راه های سوازی ← جمع
راه های متوالی ← ضرب

بدون شرط: تعداد حالات در هم ضرب می شوند.

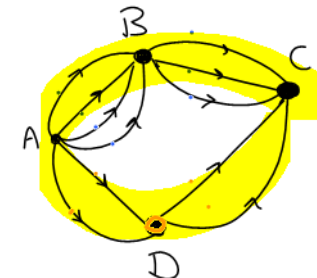
از مسیر رفته، برگردیم: تعداد راه های برگشت یکی کمتر از تعداد راه های رفت (از یک مسیر مشخص برگردیم)

از هیچ راهی دوبار عبور نکنیم: برای مسیر برگشت، از تعداد مسیرهای موجود بین هر دو شهر متوالی، یک واحد کم می کنیم.



مثلا: تعداد مسیرهای از A به C به C رفت و برگشت؟
به چند طریق می توانیم از A به C رفت و برگشت؟
از مسیر رفته برگردیم؟ (از مسیر مشخص برگردیم)
از هیچ جاده ای دوبار عبور نکنیم؟

۴ با توجه به شکل به چند راه مختلف می توان از نقطه A به نقطه C رسید؟
۱۶(۱) ۱۱(۱) ۱۱(۳) ۱۴(۴)



$A \xrightarrow{3} B \xrightarrow{3} C = 12$
 $A \xrightarrow{2} D \xrightarrow{2} C = 4$
 $12 + 4 = 16$

* معمولاً روی خانه سمت چپ محدودیت ایجاد می شود.

۱۔ زندگن ← گن

ساخت؟ (بائرا)

2952 (f) 2529 (3) 2592 (2) 2562 (1)

$\frac{1}{2} \times 10^2$

ساخت؟
(ماٹر) - ایندین

$$V_2 \quad (4) \quad V_4 \quad (3) \quad V_1 \quad (2) \quad V_3 \quad (1)$$

$$\begin{array}{c}
 \text{72 (4)} \\
 \text{74 (3)} \\
 \text{71 (2)}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \text{72 (4)} \\
 \text{74 (3)} \\
 \text{71 (2)}
 \end{array}
 = 75 - \{ \text{2, 2, 2, 1, 2} \} = 72$$

(۱۲) با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ (بدون تکرار)

الف) چند عدد ۵ رقمی بزرگتر از ۳۰۰۰۰ می توان ساخت؟

$$\begin{matrix} \textcircled{*} & \textcircled{\Sigma} & \textcircled{\sim} & \textcircled{\times} & \textcircled{\oplus} \\ \Delta, \{, \nabla & \Delta, \{, \nabla & \Delta, \{, \nabla & \Delta, \nabla & \end{matrix} = VM$$

(ب) چند عدد ۵ رقمی بزرگتر از ۲۴۰۰۰ می توان ساخت؟

ب) چند عدد ۵ رقمی بزرگتر از ۲۴۰۰۰ می توان ساخت؟

$\mu \dots 1 - \dots$

۱* محاسبه تعداد اعدادی که رقم سمت راست آن صفر است.

۲ * محاسبه تعداد اعدادی که رقم سمت راست آن صفر نیست

ساخت؟

157 (f) 156 (3) ✓ 51 (2) 52 (1)

در نه دریت

نفسه عموا!

دسته دل

۶۰ =

۹۶ (+)

۱۵۶

٢٤ (٤) ٢٦ (٣) ٢١ (٢) ٨ (١)

Handwritten notes on a grid background:

- Top left: $\uparrow$ and $\downarrow$ arrows.
- Top middle: Two circles with a vertical line through them, labeled $\downarrow$ and $\downarrow$.
- Top right: A yellow circle with a vertical line through it, labeled $\downarrow$, followed by $= 12$.
- Bottom left: A yellow circle with a vertical line through it, labeled $\downarrow$, followed by $= 9$.
- Bottom middle: Two circles with a vertical line through them, labeled $\downarrow$ and $\downarrow$.
- Bottom right: A circle with a vertical line through it, labeled $\downarrow$, followed by $= 9$.

تستهای چند گزینه ای:

تیپ اول: (۱) حتما به یک تست پاسخ دهیم

(۲) اگر مجاز باشیم به یک تست پاسخ ندهیم.

تیپ دوم: مسئله انتخابات

(۱۳) فردی در یک آزمون چهارگزینه ای ۳ سوالی شرکت می کند. به چند طریق می تواند به سوال ها جواب دهد، بطوریکه:

(الف) اگر ملزم به پاسخگویی به همه سوال ها باشد؟

$$\begin{array}{l} 1) \quad \text{oooo} \quad \Sigma \\ 2) \quad \text{ooox} \quad \Sigma^* \\ 3) \quad \text{ooxo} \quad \Sigma^* \end{array} \quad \Sigma^* = 4 \times 3 = 12$$

(ب) اگر مجاز باشیم به سوال ها پاسخ ندهیم؟

$$\begin{array}{l} 1) \quad \text{oooo} \quad \Sigma \\ 2) \quad \text{ooox} \quad \Sigma^* \\ 3) \quad \text{ooxo} \quad \Sigma^* \end{array} \quad \Sigma^* = 12 \times 5 = 60$$

(ج) بطوریکه مجاز باشیم به سوال آخر پاسخ ندهیم؟

$$\begin{array}{l} 1) \quad \text{oooo} \quad \Sigma \\ 2) \quad \text{ooox} \quad \Sigma^* \\ 3) \quad \text{ooxo} \quad \Sigma^* \end{array} \quad \Sigma^* = \Sigma^* \times 5$$

(۱۴) چهار نفر برای ریاست اداره ای نامزد شده اند. ۶ نفر از کارمندان به چند طریق می توانند به آنها رای دهند به طوریکه هر نفر حداکثر به یک نفر رای دهد؟

$$\begin{array}{l} K_1: \text{oooo} \\ K_2: \text{ooox} \\ K_3: \text{ooxo} \\ K_4: \text{ooxo} \\ K_5: \text{ooxo} \\ K_6: \text{ooxo} \end{array} \Rightarrow 5$$

رمزنگاری: (۱) در خانه ها هیچ محدودیتی نداریم (از صفر هم میتوانیم استفاده کنیم)

(۲) حروف الفبای فارسی: ۳۲

(۳) حروف انگلیسی: ۲۶

(۴) اگر برای امتحان کردن هر رمز، زمان هم داده شده بود، پس از محاسبه تعداد حالتها، جواب را در زمان تعیین شده برای هر رمز ضرب می کنیم.

(۱۵) رمز گاوصندوق یک شرکت از سه کاراکتر تشکیل شده است که کاراکتر اول حروف انگلیسی و هر یک از کاراکتر های دیگر

حروف فارسی است. اگر برای امتحان کردن هر رمز ۱ ثانیه زمان صرف شود، پس از چند ثانیه می توانیم برای گاوصندوق رمزهای

متنوعی بسازیم؟

$$\begin{array}{l} 26 \times 32 \times 32 \times 1 = \checkmark \\ 26 \times 32 \times 32 \times 1 = \checkmark \end{array}$$

مسائل قرارگیری:

اشیاء قرار گیرند: حق انتخاب دارد

جایگاهها: حق انتخاب ندارد

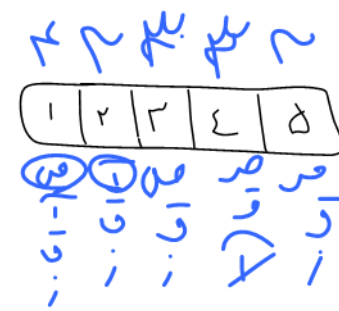
(۱۶) ۴ مسافر به چند طریق می توانند در ۶ ایستگاه پیاده شوند؟

$$\begin{array}{l} m_1) \text{oooo} \\ m_2) \text{ooox} \\ m_3) \text{ooxo} \\ m_4) \text{ooxo} \end{array} \Rightarrow 4$$

مسائل رنگ آمیزی

(۱۷) به چند طریق می توان با استفاده از چهار رنگ صورتی، آبی، قرمز و زرد خانه های جدول زیر را رنگ کرد به طوریکه هیچ دو

خانه ی مجاور هم رنگ نباشد؟



- اصل متمم (۱) شامل:
- حداقل (لااقل یا دست کم) (۲)
- حداکثر (۳)
- فعل های منفی (۴)
- فائد - کل

(۱۸) تعداد اعداد سه رقمی شامل رقم ۲ کدام است؟ (بانترا)

فائد ۲ - کل



(۱۹) در چند عدد سه رقمی حداقل دو رقم مثل هم وجود دارند؟

بدون تکرار، هیچ - کل



فاکتوریل (۱) $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$

(۲) $1! = 1$ و $0! = 1$

(۳) $\frac{n!}{(n-1)!} = n$

۲۰- اگر $\frac{n!}{(n-2)!} = 72$ باشد، حاصل $((\frac{n-5}{2})!)$ چقدر است؟

$\frac{n!}{(n-2)!} = \frac{n \times (n-1) \times (n-2)!}{(n-2)!} = n \times (n-1)$

$72 = n \times (n-1)$

$n=9$

$((\frac{9-5}{2})!) = (2!) = 2$

$\frac{(n+1)!}{n!} = \frac{(n+1) \times n!}{n!} = n+1$

$\frac{(n+1)!}{(n-1)!} = \frac{(n+1) \times n \times (n-1)!}{(n-1)!} = (n+1) \times n$

$\frac{n!}{(n-3)!} = \frac{n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3)!}{(n-3)!} = n \times (n-1) \times (n-2)$

$\frac{9! + 8!}{6!} = \frac{9 \times 8! + 8!}{6!} = \frac{8! \times (9 + 1)}{6!} = \frac{8! \times 10}{6!} = 10 \times 7 \times 2 = 140$

تکنیک میخ ← بعضی از اشیا در مکان مشخصی قرار گیرند.

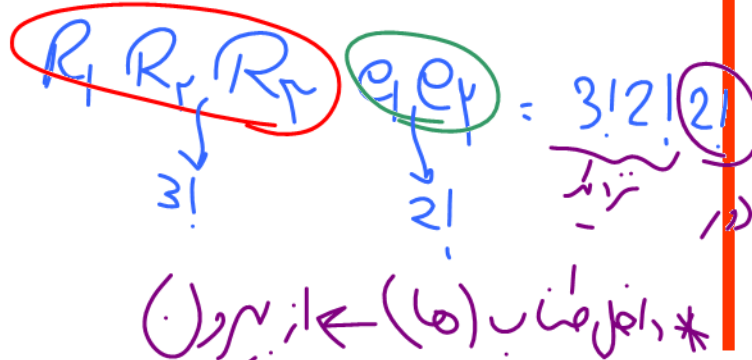
(۲۶) با حروف کلمه market چند جایگشت ۵ حرفی می توان ساخت که با حرف e آغاز و به m ختم شود؟



تکنیک طناب } اشیا کنار هم باشند.
اشیا کنار هم نباشند: کنار هم باشند - کل

(۲۷) سه کتاب ریاضی و ۲ کتاب اقتصاد که با هم متفاوتند را به چند طریق می توان در یک قفسه در کنار هم قرار داد، به طوریکه کتاب های هم موضوع کنار هم باشند؟

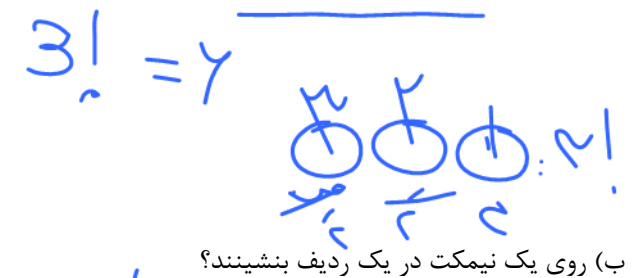
۱۲ (۱) ۲۴ (۲) ۱۲۰ (۳) ۶۰ (۴)



جایگشت
جایگشت های n شی متمایز
جایگشت های r شی از n شی

جایگشت
(۱) به هر حالت چیدن چند شی متمایز کنار هم گویند.
(۲) محاسبه تعداد جایگشت های n شی متمایز: $n!$
(۳) تکرار غیرمجاز

(۲۵) سه همکلاسی به نام های صدیقه و راضیه و مرضیه به چند طریق می توانند: الف) در یک صف بایستند؟

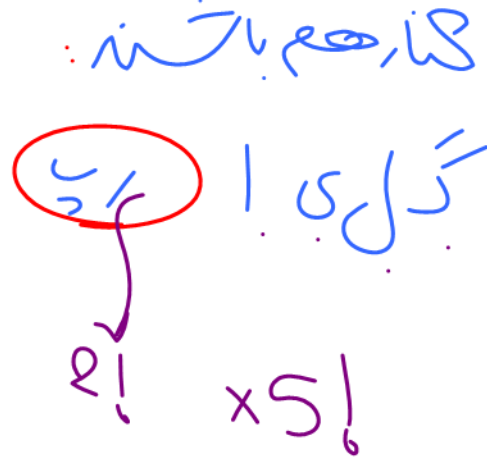


$$3! = 6$$

سه کتاب ریاضی و ۲ کتاب اقتصاد هم رنر
به چند طریق می توان در یک قفسه جاداد (بجوریکه کتاب های
ریاضی کنار هم، اقتصاد کنار هم باشند؟
 $3! \times 2! = 12$

(۲۸) با حروف کلمه «گل پیرا» بدون تکرار حروف چند کلمه ۶ حرفی می توان ساخت که در آن دو حرف پ و ر کنار هم نیامده باشند؟

۳۶۰ (۱) ۲۴۰ (۲) ۷۲۰ (۳) ۴۸۰ (۴)



کل: ۶!
باله - ۲!
۶! - ۲!
۶! - ۲!
۶! - ۲!
۶! - ۲!
۶! - ۲!

جزوه شمارش بدون تکرار

جایگشت های شبیه هم ← اگر بخواهیم جایگشت n حرف را پیدا کنیم که n_1 تای آنها شبیه هم و n_2 تای آنها نیز شبیه هم

و.....باشند ←

$$\frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_r!}$$

(۲۹) جایگشت های کلمه $system$ ؟

مثلاً

$$\frac{7!}{2! 3! 2!} = \frac{5040}{2 \times 6 \times 2} = \frac{5040}{24} = 210$$

جایگشت های یک در میان

تیپ ۱: تعداد اشیا دو گروه نابرابر (با یک واحد اختلاف):

$$n! k!$$

تیپ ۲: تعداد اشیا دو گروه برابر:

$$n! k! \times 2!$$

(۳۰) جایگشت های زیر را حساب کنید.

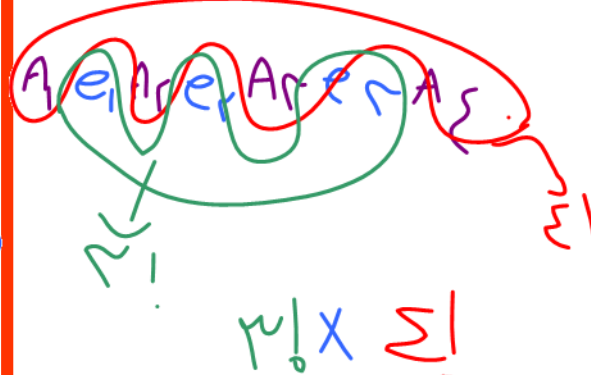
الف) $\star \circ_1 \star \circ_2 \star \circ_3 \star \circ_4 \star \circ_5 \star \circ_6 \star \circ_7 \star \circ_8 \star \circ_9 \star \circ_{10}$

ب) $\circ_1 \star_1 \circ_2 \star_2 \circ_3 \star_3 \circ_4 \star_4 \circ_5 \star_5 \circ_6 \star_6 \circ_7 \star_7 \circ_8 \star_8 \circ_9 \star_9 \circ_{10} \star_{10}$

مهندس حمزه صفری

(۳۱) سه نوع کتاب علمی و چهار نوع کتاب ادبی را به چند طریق می توان در یک ردیف کنار هم قرار داد بطوریکه کتاب های علمی و کتاب های ادبی یک در میان قرار گیرند؟

۱۴۴ (۱) ۱۲۰ (۲) ۹۶ (۳) ۷۲ (۴)



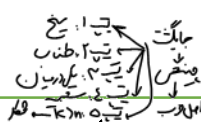
قرار گیری n شی در k خانه بطوریکه تعداد خانه ها بیشتر از اشیا باشد ($k > n$)

(۳۲) سه نفر به نام های محمد و مهدی و علی به چند طریق می توانند روی ۶ صندلی بنشینند بطوریکه هیچ صندلی بین آنها خالی نباشد؟

۹۶ (۱) ۲۴ (۲) ۴۸ (۳) ۷۲ (۴)



$$\frac{n!}{(n-r)!}$$



جایگشت r شی از n شی ($n > r$) ← برای حل این تیپ مسائل بهتر است از اصل ضرب استفاده کنیم: (ترتیب مهمه)

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

(۳۳) میخواهیم از بین ۹ کتاب متمایز علمی، ۳ تا را در یک ردیف در قفسه بچینیم. تعداد حالت های ممکن کدام است؟

۵۰۴ (۱) ۱۰۰۸ (۲) ۲۵۲ (۳) ۲۷۲ (۴)

۱) $P(9, 3) = \frac{9!}{(9-3)!} = \frac{9!}{6!} = 9 \times 8 \times 7 = 504$

۲) اصل ضرب

(۳۴) حاصل $\frac{P(n, r)}{P(n+1, r+1)}$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{n+1}$ ۲) $\frac{r}{n}$ ۳) $\frac{1}{(n+1)}$ ۴) $\frac{r+1}{n+1}$

۱) $\frac{n!}{(n-r)!} \div \frac{(n+1)!}{(n+1-r-1)!} = \frac{n!}{(n-r)!} \times \frac{(n+1-r-1)!}{(n+1)!} = \frac{n!}{(n-r)!} \times \frac{(n-r)!}{(n+1) \times n!} = \frac{1}{n+1}$

ترکیب
↓
انتخاب

انتخاب r از n
ترکیب r تایی از n
ترتیب مهم نیست!
انتخاب

$$C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

۳۵) اگر بخواهیم از بین ۴ نفر به نامهای A, B, C, D سه نفر را انتخاب کنیم بطوریکه ترتیب افراد انتخاب شونده اهمیت نداشته باشد، به چند طریق ممکن است؟

$$\binom{4}{3} = \frac{4!}{3!1!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1} = 4$$

۳۶) در لیگ فوتبال ایران ۱۵ تیم حضور دارند و در هر روز ۲ تیم با هم مسابقه می دهند. اگر هر دو تیم فقط یک بار با هم مسابقه دهند، تعداد کل مسابقات چقدر خواهد بود؟

$$\binom{15}{2} = \frac{15 \times 14}{2 \times 1} = 105$$

ترکیب حداقل و حداکثر

۳۷) در جعبه ای ۴ توپ زرد و ۳ سبز و ۱ قرمز و ۱ آبی وجود دارد. می خواهیم ۳ توپ انتخاب کنیم بطوریکه:



الف) حداقل دو زرد داشته باشیم.

$$\binom{4}{2}\binom{3}{1} + \binom{4}{3}$$

ب) حداکثر دو زرد داشته باشیم.

$$\binom{4}{2}\binom{3}{1} + \binom{4}{1}\binom{3}{2} + \binom{4}{0}\binom{3}{3}$$

۳۸) در یک کیسه ۳ مهره آبی ۴ مهره قرمز و ۳ مهره سیاه قرار دارد. به چند طریق می توان ۳ مهره انتخاب کرد بطوریکه حداقل دو مهره سیاه باشد؟

$$\binom{4}{2}\binom{3}{1} + \binom{4}{1}\binom{3}{2} + \binom{4}{0}\binom{3}{3}$$

انتخابی شامل یا فاقد r شیء $\leftarrow$ یک مجموعه n عضوی چند زیر مجموعه دارد که تعداد عضوهای آن k عضو باشد

$$\binom{n}{k}$$

۳۹) (می خواهیم از مجموعه $A = \{a, b, c, d, e\}$ سه عضو انتخاب کنیم بطوریکه:

الف) c حتما انتخاب شده باشد.

$$\binom{4}{2}$$

ب) e انتخاب نشده باشد.

$$\binom{4}{3}$$

پ) شامل a و فاقد b باشد.

$$\binom{4}{2}$$

۴۰) از بین ۱۲ عضو انجمن خانه و مدرسه، به چند طریق می توان ۳ نفر را طوری انتخاب کرد که همواره یک فرد موردنظر بین آن سه نفر باشد؟

$$\binom{11}{2} + \binom{11}{1}$$

$$\binom{11}{2} + \binom{11}{1} = 55 + 11 = 66$$

اول انتخاب بعد جابجایی

(۴۳) می خواهیم از میان ۳ کتاب ریاضی متمایز، ۵ کتاب فیزیک متمایز، ۲ کتاب ریاضی و ۳ کتاب فیزیک انتخاب کنیم و در یک قفسه بچینیم. چند حالت ممکن است؟

$$\begin{aligned} & \text{جواب: } (1) \quad 30 \quad (2) \quad 7200 \quad (3) \quad 3600 \quad (4) \quad 13 \\ & \text{پیدا کردن تعداد مثلث ها و چندضلعی ها} \\ & \text{اگر نقاط روی یک خط راست بود از متمم برو!} \\ & \text{پیدا کردن تعداد مثلث ها و چندضلعی ها} \\ & \text{اگر نقاط روی یک خط راست بود از متمم برو!} \\ & \text{پیدا کردن تعداد مثلث ها و چندضلعی ها} \\ & \text{اگر نقاط روی یک خط راست بود از متمم برو!} \end{aligned}$$

انتخاب به سبک لنگه کفش ← اگر قرار باشد از بین n گروه هم جمعیت، یک کمیته k نفری انتخاب کنیم که افراد انتخاب شده دو به دو غیر هم گروهی باشند، ابتدا از بین n گروه، k گروه انتخاب کرده سپس از هر گروه یک نفر را انتخاب می کنیم.

(۴۱) ۵ جفت جوراب داریم. ۳ لنگه به تصادف از بین آنها خارج می کنیم. تعداد حالتی که هیچ جفتی در بین آنها دیده نشود، کدام است؟

$$\begin{aligned} & (1) \quad 270 \quad (2) \quad 360 \quad (3) \quad 80 \quad (4) \quad 240 \\ & \text{انتخاب به سبک لنگه کفش} \\ & \text{اگر قرار باشد از بین } n \text{ گروه هم جمعیت، یک کمیته } k \text{ نفری انتخاب کنیم که افراد انتخاب شده دو به دو غیر هم گروهی باشند، ابتدا از بین } n \text{ گروه، } k \text{ گروه انتخاب کرده سپس از هر گروه یک نفر را انتخاب می کنیم.} \\ & \text{انتخاب به سبک لنگه کفش} \\ & \text{اگر قرار باشد از بین } n \text{ گروه هم جمعیت، یک کمیته } k \text{ نفری انتخاب کنیم که افراد انتخاب شده دو به دو غیر هم گروهی باشند، ابتدا از بین } n \text{ گروه، } k \text{ گروه انتخاب کرده سپس از هر گروه یک نفر را انتخاب می کنیم.} \end{aligned}$$

پیدا کردن تعداد مثلث ها و چندضلعی ها

اگر نقاط روی یک خط راست بود از متمم برو!

پیدا کردن تعداد مثلث ها و چندضلعی ها

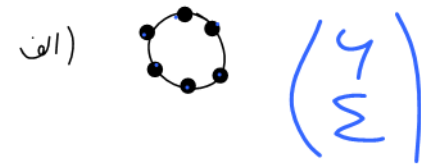
اگر نقاط روی یک خط راست بود از متمم برو!

پیدا کردن تعداد مثلث ها و چندضلعی ها

اگر نقاط روی یک خط راست بود از متمم برو!

پیدا کردن تعداد مثلث ها و چندضلعی ها

(45) تعداد چهار ضلعي ها را در شكل زير پيدا كنيد:



(46) اگر تركيب $\binom{a+b}{a} = m$ باشد، تركيب $\binom{a+b}{b}$ کدام است؟

am+bm (4) am (3) bm (2) m (1) ✓

$$\binom{a+b}{a} = \binom{a+b}{b}$$

$$m = m$$

(47) يك مجموعه 8 عضوي چند زير مجموعه 4 عضو دارد؟

$$\binom{8}{4} = \frac{8!}{4!4!} = 70$$

قوانين تركيب اگر $\frac{n}{2} < r$ $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$

$$\binom{5}{2} = \binom{5}{3}$$

$$\binom{9}{2} = \binom{9}{7}$$

$$\binom{n}{r_1} = \binom{n}{r_2} \rightarrow r_1 = r_2 \text{ يا } r_1 + r_2 = n$$

$$\binom{5}{3} = \binom{5}{2}$$

a: 1
b: 2

$$\binom{a+b}{a} = m$$

$$\binom{a+b}{b} = ?$$

$$\binom{2}{1} = \binom{2}{1}$$

* يك گروه n عضوي $\Leftrightarrow$ 2 گروه 2 عضوي دارد

* يك گروه n عضوي $\Leftrightarrow$ 2 گروه 2 عضوي دارد

(48) يك مجموعه 11 عضوي 55 زير مجموعه $\binom{11-2}{2}$ عضوي دارد، Π کدام است؟

11 (4) ✓ 10 (3) 9 (2) 8 (1)

$$n - (n - r)$$

$$\binom{n}{n-2} = 55 \Rightarrow \frac{n!}{(n-2)!2!} = 55$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!2!} = 55 \rightarrow n(n-1) = 110 \rightarrow n = 11$$